

# MATeMATyka 4

**Przedmiotowy system oceniania  
wraz z określeniem wymagań edukacyjnych**

Zakres podstawowy i rozszerzony



Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, powinny być zatem opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiono wymagania dla zakresu rozszerzonego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających, pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

Kryterium procentowe oceniania sprawdzianów, prac klasowych i testów:

100 % - 91 %	bardzo dobry
90 % - 76 %	dobry
75 % - 66 %	dostateczny
65 % - 50 %	dopuszczający
49 % - 0 %	niedostateczny

## 1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wyniki danego doświadczenia
• stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia
• przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia
• wypisuje permutacje danego zbioru
• stosuje definicję silni
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• oblicza wartość symbolu Newtona
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji
• stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
• określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia
• określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się
• stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
• podaje rozkład prawdopodobieństwa
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
• określa iloczyn zdarzeń
• oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe
• oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji
• rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona
• zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania

prawdopodobieństw zdarzeń losowych
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczania współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa
• rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

## 2. STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby
• wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki

## 3. STEREOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu
• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
• oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego
• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego
• oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego
• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy

• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu
• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
• stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu
• wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)
• wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej
• oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej
• stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej
• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych

**Poziom (R) lub (D)**

 Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu
• oblicza pola przekrojów wielościanu
• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej
• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli
• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu
• oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku
• wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań

**Poziom (W)**

 Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych

#### 4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

**Poziom (K) lub (P)**

 Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)
• sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ (proste przypadki)
• korzysta ze wzorów $(c)' = 0$ , $(x)' = 1$ , $(x^2)' = 2x$ oraz $(x^3)' = 3x^2$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz

wartości pochodnej w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zna i stosuje schemat badania własności funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)</li> </ul>

**Poziom (R) lub (D)**

 Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granicę funkcji w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza w granice funkcji w nieskończoności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza ciągłość funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pochodną funkcji w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią <math>OX</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta ze wzorów <math>(x^n)' = nx^{n-1}</math> do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres</li> </ul>

**Poziom (W)**

 Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego</li> </ul>

## 5. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb
• przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności
• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb
• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności
• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przeprowadza dowód nie wprost
---------------------------------

## 6. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej i drugiej. W zakresie zaś rachunku prawdopodobieństwa, statystyki, funkcji wykładniczych i logarytmicznych oraz stereometrii opisane są powyżej.